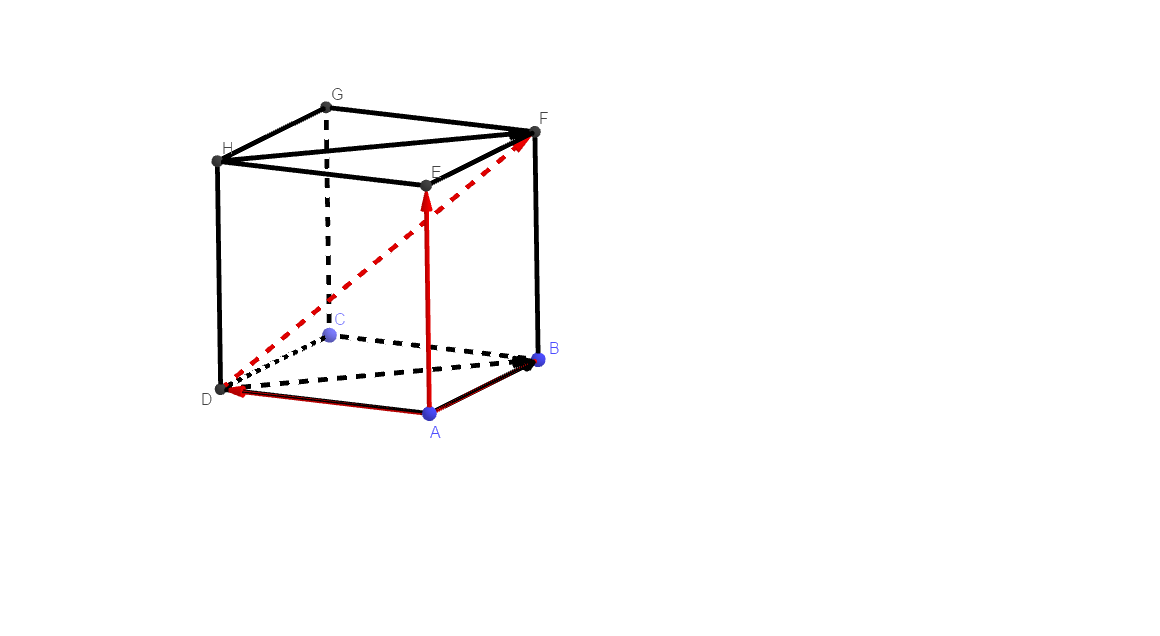
**VECTEURS DE L’ESPACE**

Objectifs

1. Extension à l’espace de la notion de vecteur

***La définition d’un vecteur et les règles du calcul vectoriel sont vraies dans l’espace.*(voir pages 124 et 125 ciam 1ère SM)**

***La propriété fondamentale sur les vecteur et points*** : Etant donnés un vecteur et un point A de l’espace il existe un unique point M de l’espace tel que :



* 1. Repère de droites et plans de l’espace
     1. Repère de droites de l’espace

Dans l’espace une droite est déterminée par :

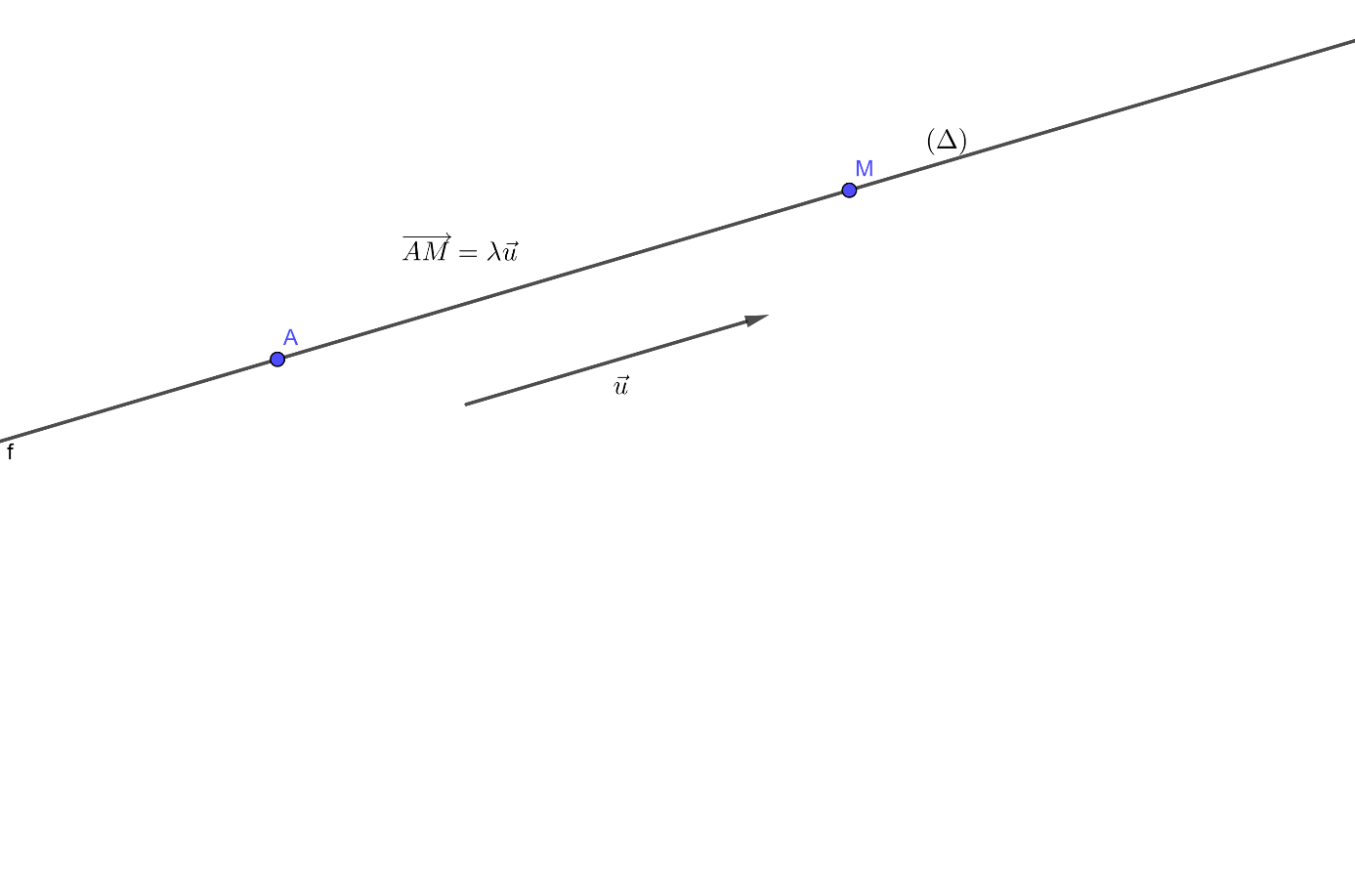
* Deux de ses points distincts
* Un de ses points et un vecteur directeur.

**Propriété :**

Soit A un point de l’espace E et un vecteur. L’ensemble des points M de E tels que : est la droite passant par A et dirigée par

On dit dans ce cas que le couple est un repère de la droite.

est une droite de repère



* + 1. Repère d’un plan dans l’espace

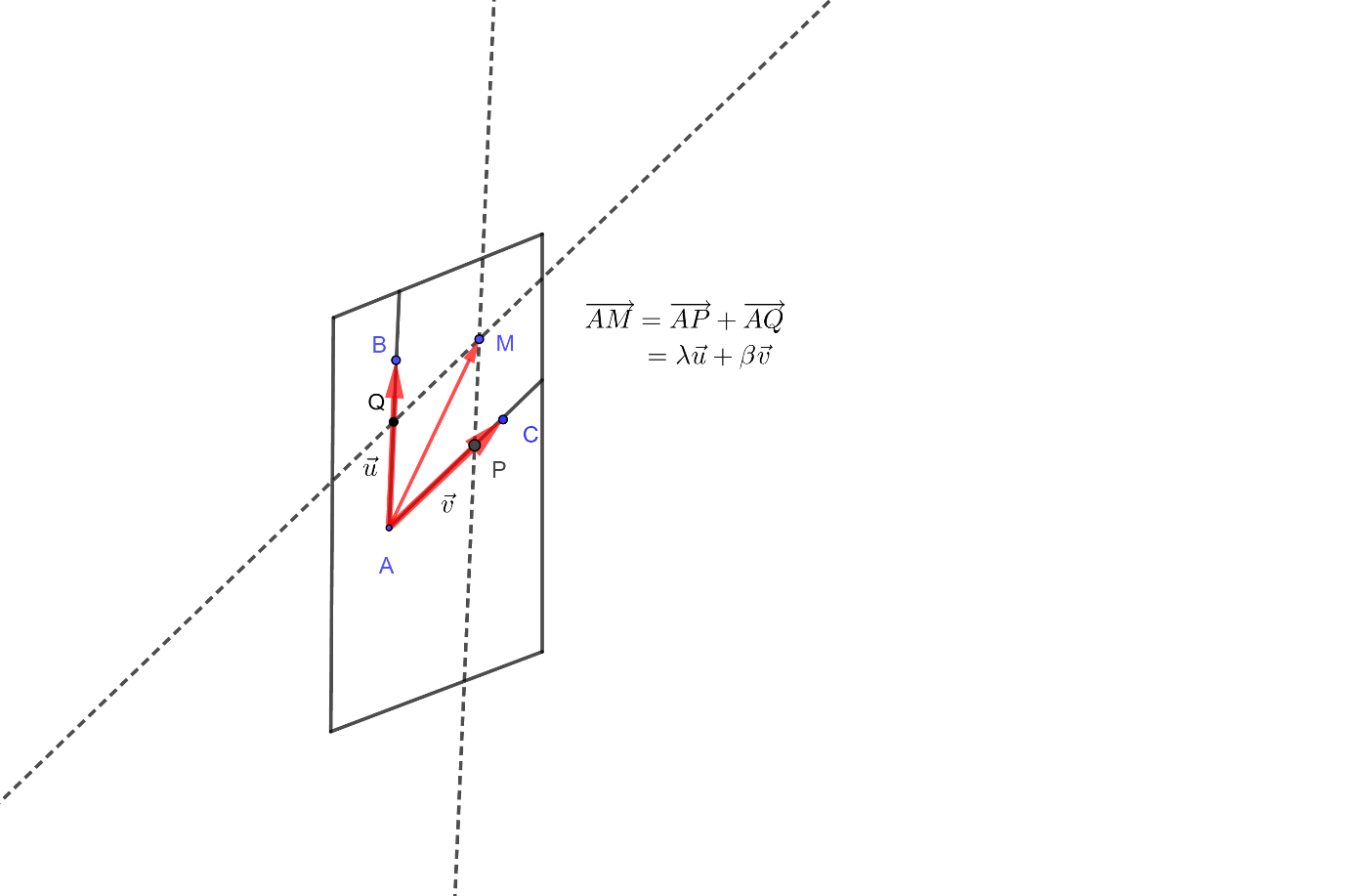
Dans l’espace un plan est entièrement déterminé par :

* Trois de ses points non alignés.
* Un de ses points et un couple de vecteurs non colinéaires.
  + 1. Propriété :

Soit A un point de l’espace E et un couple de vecteurs non colinéaires. L’ensemble des points M de E tels que : est le plan passant par A et dirigée par le couple

On dit dans ce cas que le triplet est un repère de ce plan.

est le plan de repère



* 1. Points et vecteurs coplanaires

Des points sont dits coplanaires lorsqu’il existe un plan les contenant tous.

**Exemple** : Deux points ou trois points sont toujours coplanaires

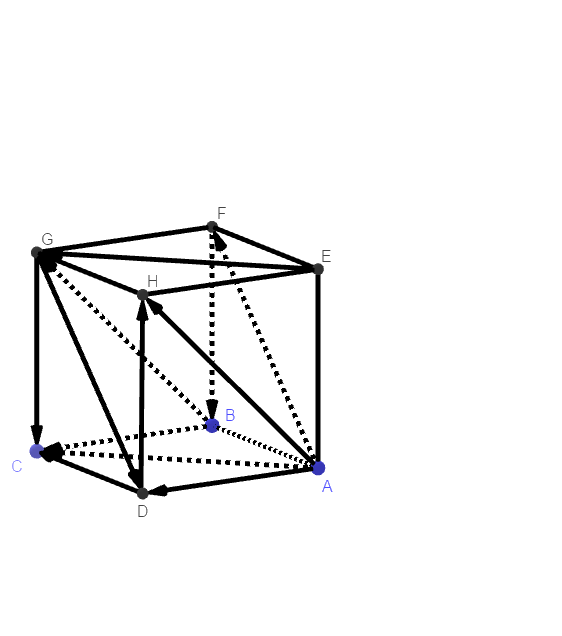
Quatre points ne sont pas toujours coplanaires.

**Définition**: Soit n vecteurs non nuls et O un point de l’espace E.

Soient n points tels que

sont dits coplanaires lorsque sont coplanaires.

**Remarque**: Deux vecteurs sont toujours coplanaires mais trois points ne sont pas toujours coplanaires.



**Donner des points et des vecteurs coplanaires.**

**Propriété** : Trois vecteurs sont coplanaires lorsqu’ils admettent une combinaison nulle.

**Propriété** : Trois vecteurs sont coplanaires lorsque l’un peut s’écrire comme combinaison des deux autres.

**Propriété** :

**Propriété** :

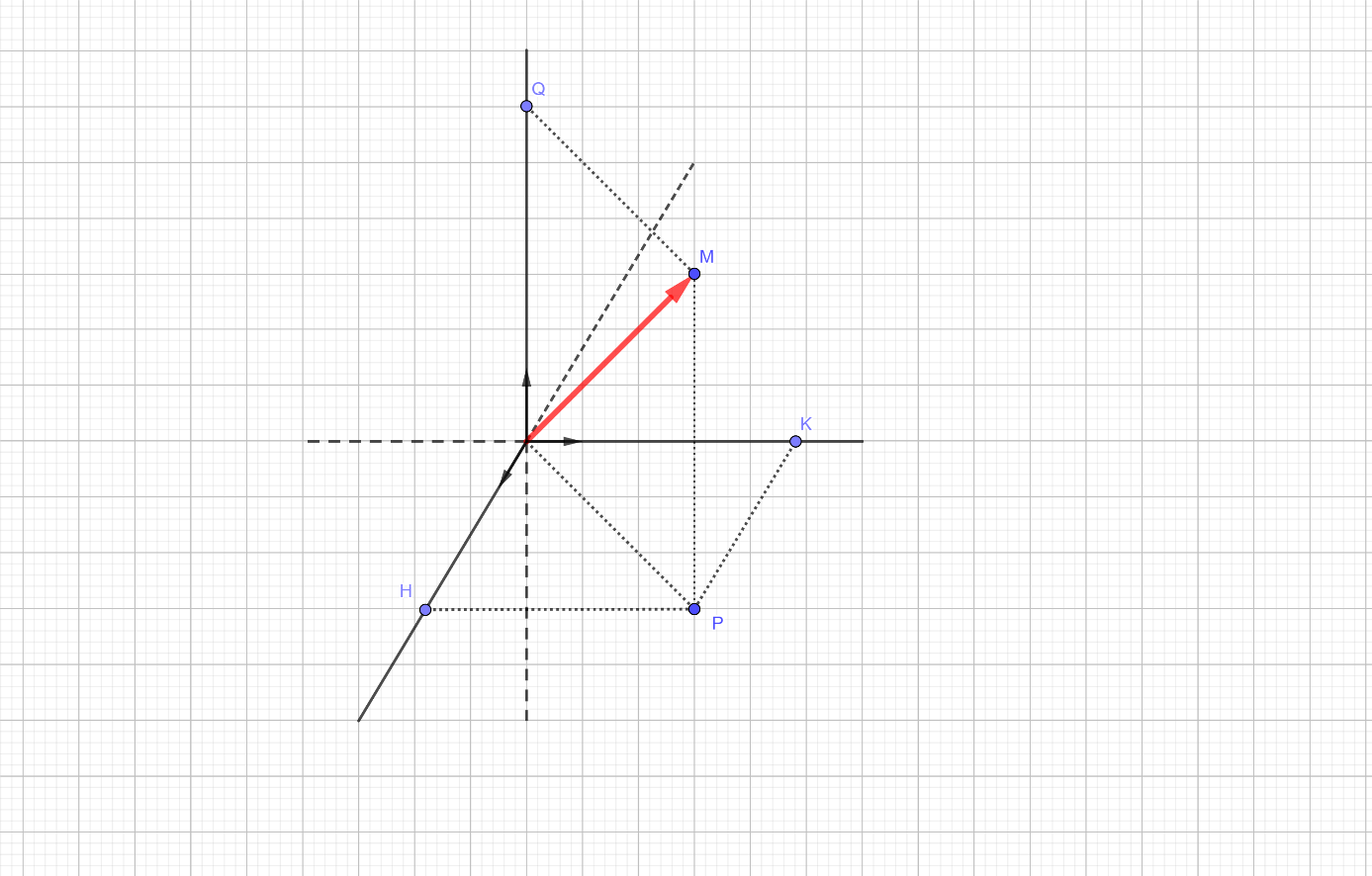
Proposition d’exercices à la page 130 CIAM.

1. Bases et repères de l’espace
   1. Bases

On note W l’ensemble des vecteurs associés aux bipoints de l’espace E, c’est l’espace vectoriel associé à E.

On appelle base de W tout triplet de vecteurs non nuls et non coplanaires.

Propriété : soit W. Pour tout vecteur il existe des réels x, y et z tels que

Soient deux vecteurs de W. Montrer que :

sont colinéaires si et seulement si

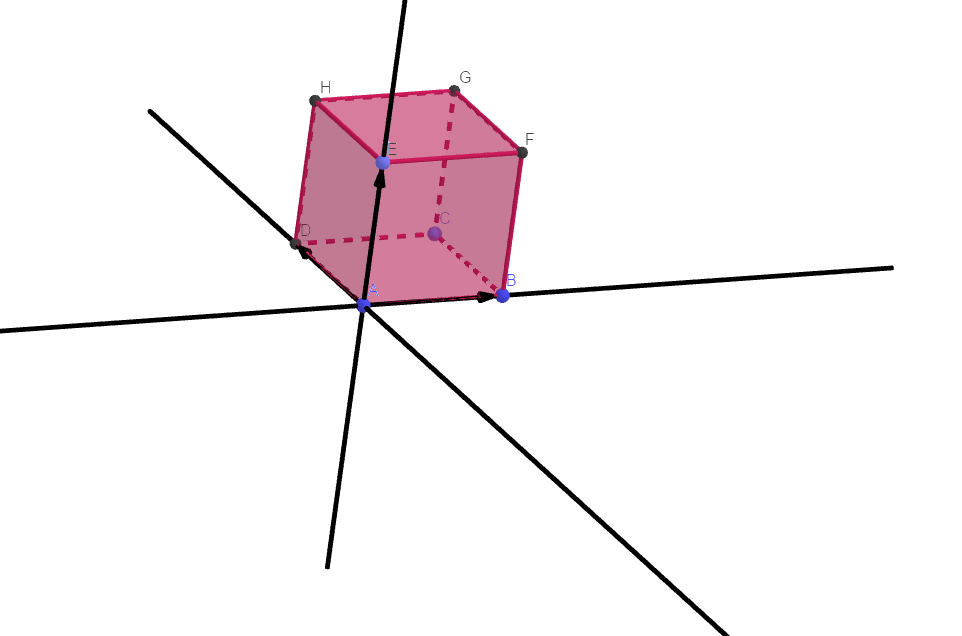
* 1. Repère de l’espace

On appelle repère de l’espace E :

* Tout quadruplet de points (O, I, J, K) non coplanaires
* Tout quadruplet où O est un point de l’espace E et est une base de W

L’unique triplet (x, y, z) de réels tels que est le triplet de coordonnées de M dans le repère

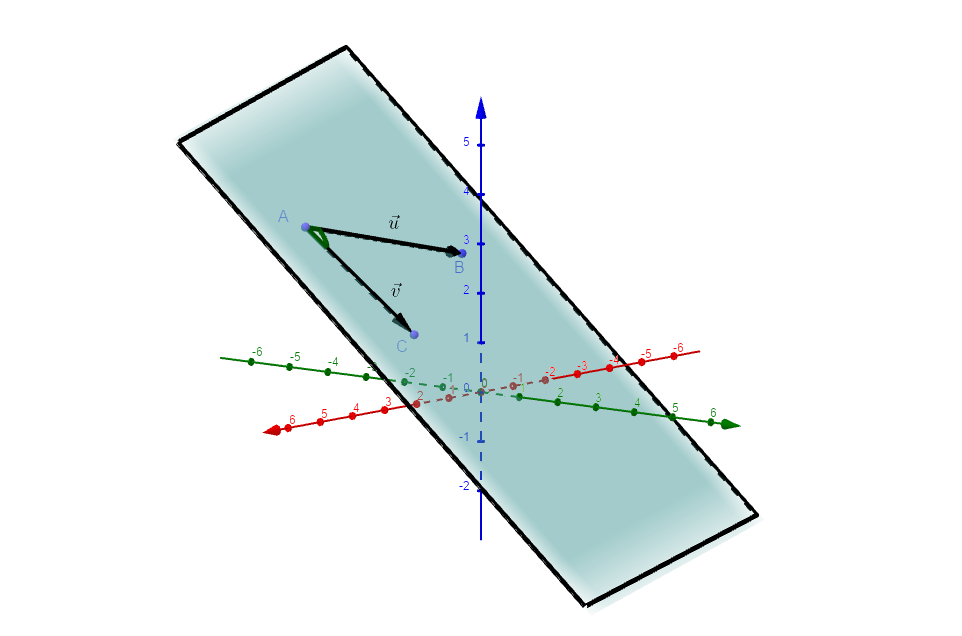
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x =abscisse | y =ordonnée | z = cote |



Donner les coordonnées des sommets du cube dans le repère puis placer le point M (2,-1,3) sur la figure.

1. Produit scalaire
   1. Définition et propriété

Deux vecteurs quelconques non nuls sont toujours coplanaires. Soient deux vecteurs de représentants respectifs . Les points A, B et C sont coplanaires et dans le plan P(A,B,C) on a :



Remarque :

On définit le carré scalaire de par autrement

* 1. Expression analytique du produit scalaire

Soit une base orthonormée. Soient deux vecteurs dans cette base. On a :

* + 1. Calcul de distance

Soient deux points dans l’espace muni du repère orthonormé. On a :

* + 1. Equation d’une sphère

Soient un point de l’espace et r un nombre réel strictement positif et la sphère de centre A et de rayon r.

**L’équation générale d’une sphère est donc**